

Representando y disfrazando superficies

Anna Vidal Meló^a, Francisco J. Boigues Planes^b, Vicente D. Estruch Fuster^c

Grup d'Innovació Educativa i Recerca en Matèries Científiques. Universitat Politècnica de València-Campus de Gandia. Departamento de Matemática Aplicada.

^a avidal@mat.upv.es, ^b fraboipl@mat.upv.es, ^c vdestruc@mat.upv.

Abstract

This paper addresses a teaching experience developed in the academic years 2015-2016 and 2016-2017 in the subject Mathematics 2, present in the first year of the Degree in Engineering of Telecommunication Systems, Sound and Image, taught at the Campus of Gandia, which belongs to the Universitat Politècnica de València. In this subject, the scalar fields of two variables are studied, whose graphic representation facilitates the understanding of concepts such as continuity, differentiability or the existence of tangent plane and its use for obtaining estimates and maximum and minimum values, to calculate triple integrals, etc. During these courses, the Flipped Teaching methodology was used in the practical part of the subject, performing group work during the face-to-face session, which consists of the representation of several surfaces, a solid of revolution and a cylinder. The project is completed by adding a texture to any of the representations obtained. The textures are used to simulate complex surfaces giving them realism and they are important in fields such as industrial design, video game creation, architecture or virtual and augmented reality, among others. In addition, in the academic year 2016-2017, a contest named "Disguise a surface was organized to motivate students and stimulate their creativity.

Keywords: Flip Teaching, Mathematics, surface representation, textures.

Resumen

En este trabajo describimos una experiencia docente desarrollada en los cursos 2015-2016 y 2016-2017 en la asignatura Matemáticas 2 del primer año del Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación, Sonido e Imagen, impartido en el Campus de Gandia de la Universitat Politècnica de València. En esta asignatura se estudian en particular los campos escalares de dos variables, cuya representación gráfica facilita la comprensión de conceptos como la continuidad, la diferenciabilidad y existencia de plano tangente y su utilización para la obtención de estimaciones, obtención de valores máximos y mínimos, cálculo de integrales triples, etc. Durante los citados cursos

Representando y disfrazando superficies

utilizamos la metodología Flipped Teaching en las prácticas de la asignatura, realizándose un trabajo en grupo durante la sesión presencial, consistente en la representación de varias superficies, de un sólido de revolución y de un cilindro. El trabajo se completa, añadiendo una textura a alguna de las representaciones obtenidas. Las texturas permiten simular superficies complejas dándoles realismo y son importantes en campos como el diseño industrial, la creación de videojuegos, la arquitectura o la realidad virtual y aumentada, entre otros. Además en el curso 2016-2017 se ha organizado el concurso “Disfraza una superficie”, para motivar al alumnado y estimular su creatividad.

Palabras clave: *Flip Teaching, Matemáticas, representación de superficies, texturas.*

Introducción

En este trabajo se describe una experiencia docente relacionada con la representación 3D de superficies y la utilización de imágenes como texturas a modo de envoltorio. Esta experiencia ha sido desarrollada durante los cursos 2015-2016 y 2016-2017 en Matemáticas 2, asignatura anual del primer año del Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación, Sonido e Imagen (GISTSI) del Campus de Gandia de la Universitat Politècnica de València (UPV). Tiene asignados un total de 9 ECTS de los cuales 1.7 ECTS se dedican a la realización de 7 prácticas informáticas, de dos horas de duración cada una, en las que se utiliza el programa Matlab. Se aprovechan las prácticas informáticas para impartir la parte del temario más acorde con la utilización de programas de cálculo, como es el caso del estudio del ajuste y la interpolación, la integración aproximada, el estudio de las curvas en forma paramétrica y polar, y la representación de superficies, tanto en forma continua a través de la gráfica de una función o en forma paramétrica, así como en forma discreta a través de diferentes interpolaciones. Uno de los temas que vienen a estudiarse en cualquier asignatura de Análisis Matemático en un primer año de un Grado con perfil tecnológico es el estudio de funciones de varias variables. Según lo habitual, y después de definir el concepto de dominio de una función, se pasa a definir su gráfica y, en el caso particular de funciones de dos variables, se aborda su representación. La representación gráfica de estas funciones facilita la comprensión de conceptos como son la continuidad, la diferenciabilidad, la existencia de plano tangente y su utilización para la obtención de estimaciones, obtención de valores máximos y mínimos, cálculo de integrales triples, etc. Al mismo tiempo que en la clase teórica se estudia este tema,

This work is licensed under a [Creative Commons License CC BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)


EDITORIAL UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

se realiza una práctica informática dedicada al estudio de esta representación. Esta se completa con la representación de las superficies paramétricas que en particular facilitan el cálculo de integrales triples a través de los cambios a coordenadas cilíndricas o esféricas.

Durante los cursos 2015-2016 y 2016-2017 se ha utilizado la metodología de la clase inversa (Bergmann y Sams, 2015) en las prácticas de la asignatura (Vidal, Estruch y Boigues, 2016, 2017a, 2017b). *PoliformaT* es el nombre del *aula virtual* de la UPV, en la que profesores y estudiantes comparten información y recursos de las asignaturas, y permite utilizar herramientas como *Tareas*, *Exámenes*, y *Lessons*. Esta última herramienta, *Lessons*, permite la creación de contenidos digitales e interactivos y con ella se han generado las unidades didácticas de cada una de las prácticas de la asignatura, en particular de la unidad “Representación de superficies: formas cartesiana y paramétrica” (Figura 1).

Como puedes apreciar una superficie no es un cuerpo sólido, pero sí que lo es su *corteza*. Por ejemplo, cuando nos referimos a un cilindro o a una esfera como superficies, no hay que pensar en el sólido macizo, sino sólo en su corteza. Con un simple folio puedes realizar un cilindro, un cono, ... Todas esas formas son superficies.

Guggenheim (Bilbao): Exposición "La materia del tiempo"



- Otras superficies vienen dadas a partir de dos parámetros, que denotaremos como u y v , a través de la forma paramétrica

$$\begin{aligned}x &= x(u, v) \\ y &= y(u, v) \\ z &= z(u, v)\end{aligned}$$

u en $[u_1, u_2]$, v en $[v_1, v_2]$

Fig. 1 Parte del *Lessons* “Representación de superficies: formas cartesiana y paramétrica”

Representando y disfrazando superficies

Con la clase inversa, las horas presenciales se han aprovechado para la realización de un trabajo colaborativo, generándose un producto final entre todos los grupos. En dicho trabajo los estudiantes realizan diversas representaciones de superficies, una de ellas con textura.

Las texturas permiten simular superficies complejas y darles realismo, siendo importantes en el diseño industrial, en la creación de videojuegos, en arquitectura, en realidad virtual y aumentada, en medicina, para simulaciones, etc. En el caso particular de los videojuegos, las imágenes tridimensionales se forman mediante una malla de polígonos cubierta por una textura. El número de polígonos en un modelo para videojuegos es limitado y muchos de los detalles no pueden representarse a través de la geometría. En este caso las texturas ayudan a dar la apariencia de detalle donde no lo hay. Según la web de Taringa “Las texturas juegan un papel tan fundamental en un videojuego como los polígonos, ya que estas son la piel de los personajes y entornos, de las plantas, animales, piedras... de todo!”.

En el siguiente apartado se describen los recursos de internet, recopilados a lo largo de varios años, utilizados para el planteamiento del trabajo colaborativo.

1. Recursos utilizados

Desde el curso 2011-2012 se ha buscado información para la realización de listados de superficies paramétricas útiles para el trabajo del alumnado. El programa libre K3DSurf (<http://k3dsurf.sourceforge.net/>), desarrollado por Abderrahman Taha, permite, en particular, la representación de curvas y superficies paramétricas, siguiendo la misma nomenclatura que la utilizada en nuestro curso. Desde la pestaña *Parametric* (Figura 2), se accede a las ecuaciones paramétricas de diversidad de superficies, a partir de las cuales se generó uno de los primeros listados de ecuaciones de superficies.

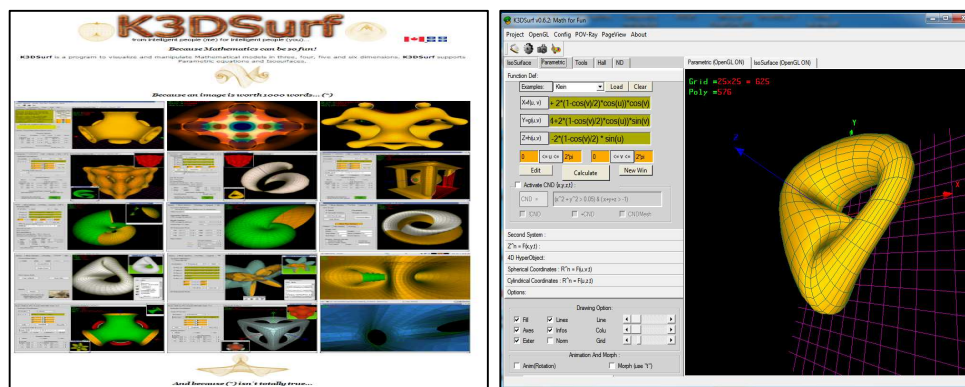


Fig. 2 Página principal K3DSurf

Se generaron nuevos listados con la información obtenida (Figura 3) desde el Área de Geometría y Topología de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Santiago de Compostela (<http://xtsunxet.usc.es/galeria.htm>). Este repositorio contiene las ecuaciones y representaciones de superelipsoides, supertoroides, superficies regladas y de revolución entre otras. Adaptando la información de este repositorio creamos otros listados.

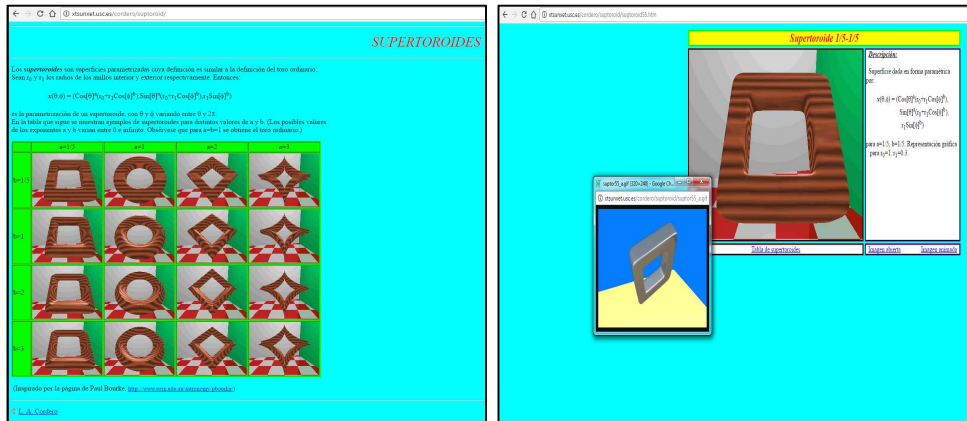


Fig. 3 Página del repositorio de la Facultad de Matemáticas de la USC

Algunas de estas superficies son similares a las de Paul Bourke, <http://paulbourke.net/geometry/>, expuestas en la Figura 4.

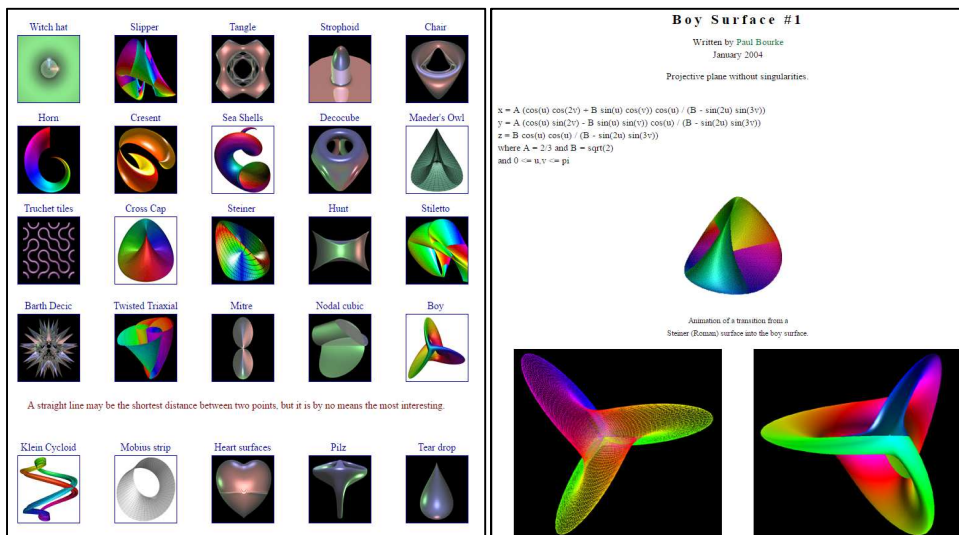


Fig. 4 Página de Paul Bourke

Representando y disfrazando superficies

Aunque las fórmulas no sean tan visibles, también ha sido posible incrementar los listados desde http://www.atlantis23.com/ei_parmsurf/parametricsurfaces_catalog.html, (Figura 5).

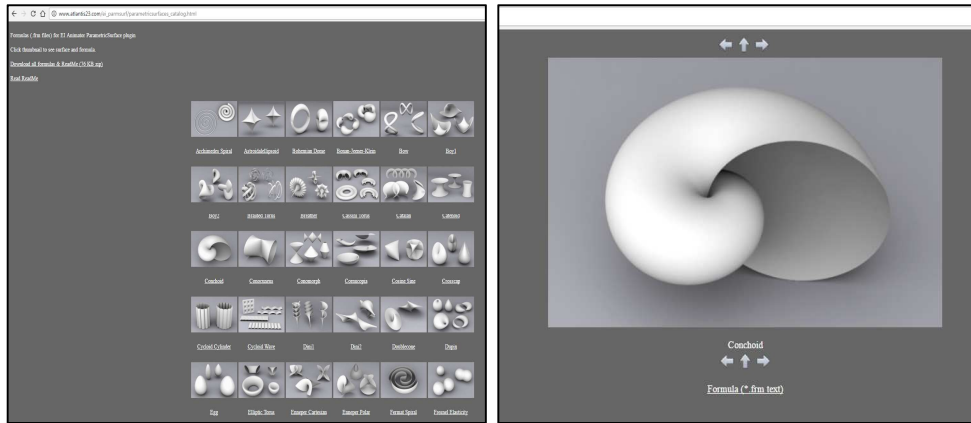


Fig. 5 Repositorio de <http://www.atlantis23.com>

La Figura 6 muestra la página <http://www.3d-meier.de/tut3/Seite0.html> en la que pueden obtenerse fácilmente las ecuaciones, tanto de las superficies dibujadas como de otras muchas que aparecen en un largo listado. Es la página utilizada para el concurso “Disfraza una superficie” realizado en el curso 2016-2017, al que nos referiremos posteriormente.

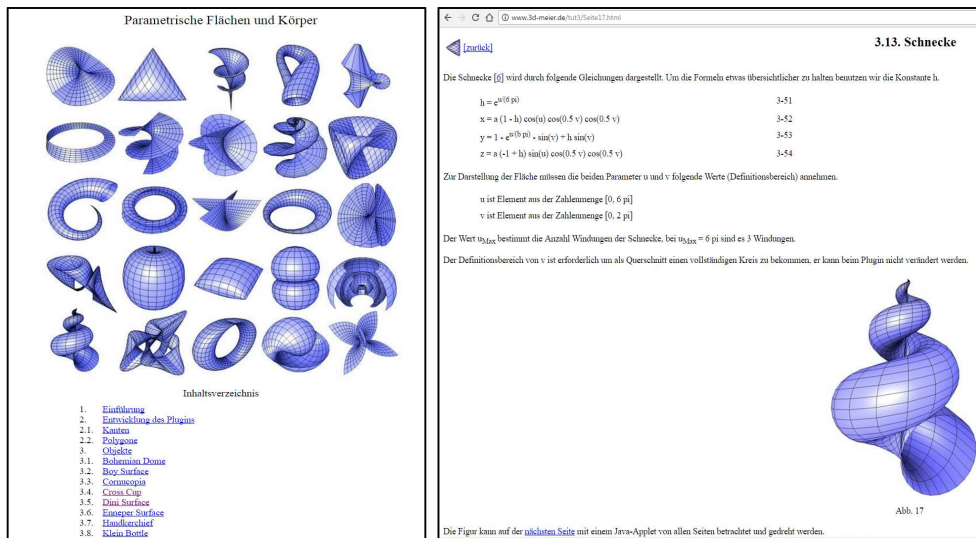


Fig. 6 Página <http://www.3d-meier.de/tut3/Seite0.html>

Teniendo en cuenta que el trabajo que realiza cada grupo en una práctica es distinto al de otro grupo, en estos dos últimos cursos pensamos en la posibilidad de utilizar durante la sesión práctica algún programa que permitiera al profesorado visualizar, proyectar y compartir con todos los estudiantes, en tiempo real, el trabajo que cada grupo realiza en el aula informática. Con el programa Italc (Figura 7) visualizamos cada uno de los equipos de la sala, seleccionamos y proyectamos el trabajo de alguno de ellos. Al alumnado le resulta simpático ver que su trabajo es seleccionado y mostrado al resto de compañeros. Ellos califican (positivamente) a este programa como el *programa espía*.

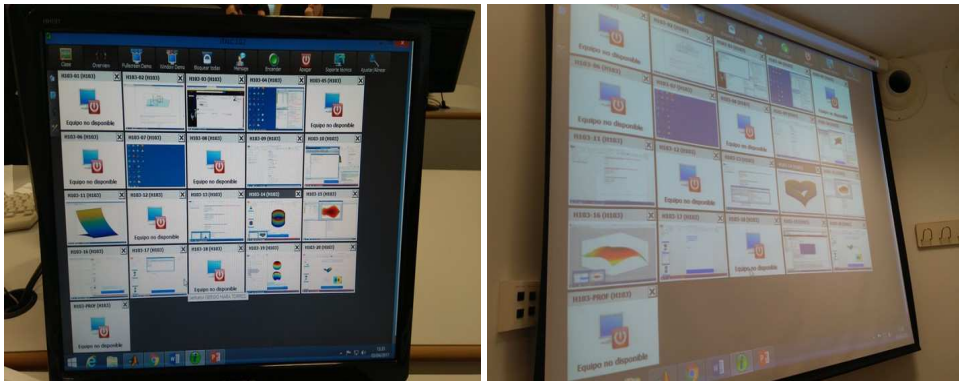


Fig. 7 Programa Italc

2. Metodología

En esta sección se describe la metodología seguida durante la práctica docente ligada a la unidad didáctica “Representación de superficies: formas cartesiana y paramétrica”. Esta unidad, generada con *Lessons*, constituye el material sobre el que el estudiante debe trabajar, previamente a la sesión de prácticas. Entre los objetivos destacamos:

- Representar, utilizando los comandos Matlab correspondientes, la superficie que representa la gráfica de un campo escalar de dos variables $f(x,y)$, las curvas de nivel, las líneas de contorno y el mapa de color
- Representar con Matlab superficies en forma paramétrica
- Distinguir las superficies cilíndricas, regladas y de revolución
- Generar superficies cilíndricas, regladas y de revolución, obteniendo sus ecuaciones paramétricas, y a partir de estas proceder a su representación.

Al final del *Lessons* el estudiante debe realizar un test antes de la sesión presencial. Este examen permite comprobar el trabajo previo de cada estudiante, así como valorar la adecuación del material proporcionado. En los 15 primeros minutos de la práctica se realiza un feedback respecto a los contenidos del *Lessons* y del test realizado. En el resto de la sesión

Representando y disfrazando superficies

presencial los estudiantes, en grupos de dos o de tres, realizan el trabajo colaborativo que en este caso consiste en la realización de 10 transparencias Power Point, siguiendo el modelo o maqueta de la Figura 8, que se les proporciona en una *Tarea* creada exprofeso en *PoliformaT*. Cada grupo tiene asignadas 4 superficies distintas, de cuatro listados adjuntos, descritas en la *Tarea*. En una transparencia aparece la representación correspondiente y en la siguiente los comandos Matlab utilizados.

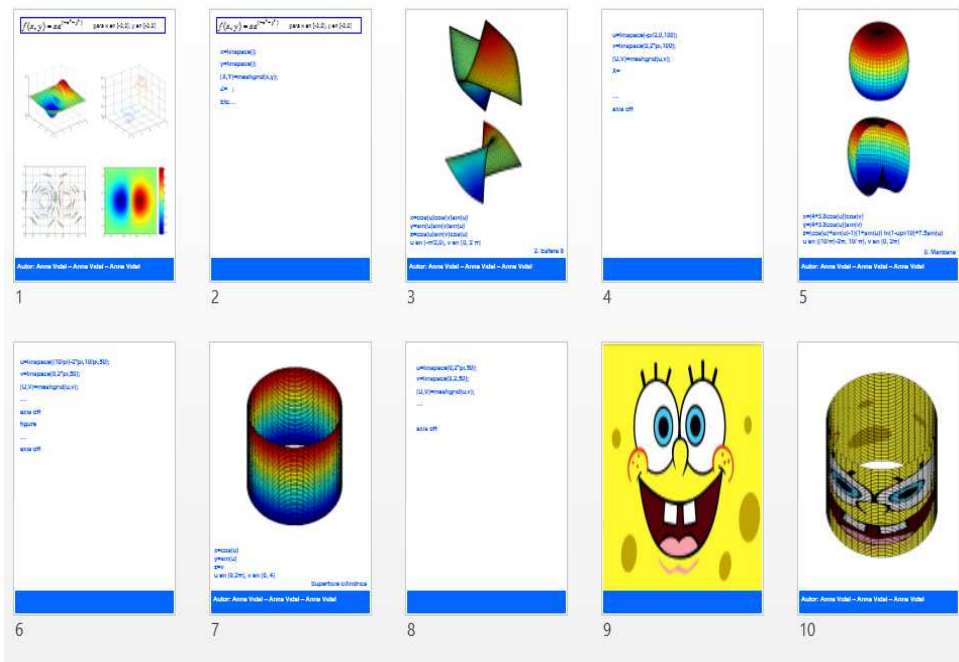


Fig.8 Maqueta para la realización del trabajo cooperativo

En la primera imagen se piden diversas representaciones de la gráfica de una función, $f(x, y)$: la representación 3D de su gráfica con el comando **surf**, la representación de sus secciones transversales o líneas de contorno con el comando **contour3**, la representación 2D a través del mapa de curvas de nivel con **contour** y finalmente el mapa de color con **pcolor**. Es interesante que el estudiante las conozca todas las representaciones puesto que, dependiendo de la magnitud del estudio, se requiere una u otra: en funciones que representan temperaturas, niveles de presión, de ruido, son más usuales las curvas de nivel y el mapa de color. Para el estudio de un relieve es preferible la representación 3D y el mapa de curvas de nivel. La segunda imagen se corresponde a una superficie paramétrica de un listado que se proporciona. En la tercera, a partir de una curva generatriz de otro listado, han de generar y representar un sólido de revolución cerrado y abierto. En la tercera, partiendo de una curva

plana que ya representaron en su día en otra de las prácticas de la asignatura, deben generar una superficie cilíndrica. El trabajo se completa añadiendo una textura a una superficie. Como ejemplo, los siguientes comandos Matlab permiten representar una superficie y añadir una textura (disfrazar) a través de la imagen dahlia-1642457_1920.jpg, obtenida desde el repositorio de imágenes (con licencia Creative Commons CC0) <https://pixabay.com/es/>:

```
%Representación de la superficie
[U,V]=meshgrid(u,v); r=1+0.2.*sin(8.*U).*sin(4.*V);
X=r.*sin(V).*cos(U); Y=r.*sin(U).*sin(V); Z=r.*cos(V);
surf(X,Y,Z), axis equal, axis off
% Añadimos textura
Figure, h=surf(X,Y,Z);
img = imread('C:\Users\avidal\Desktop\dahlia-1642457_1920.jpg');
set(h,'CData',img,'FaceColor','texturemap'), axis equal, axis off
```

El resultado son las dos imágenes de la Figura 9.

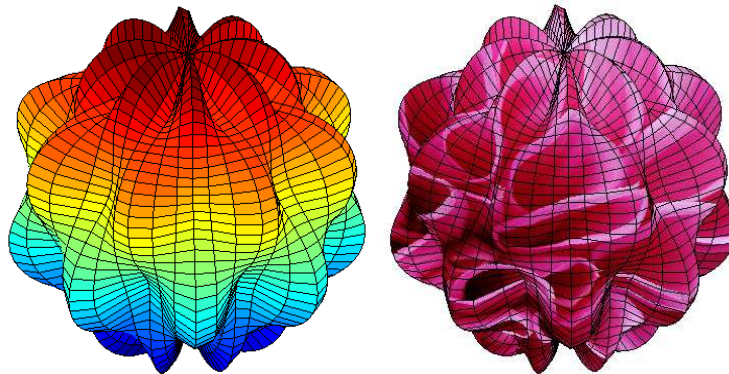


Fig. 9 Superficie Matlab y superficie con textura.

3. Concurso “Disfraza una superficie”

En el curso 2016-2017 se organizó el concurso “Disfraza una superficie”. El alumnado participante debía representar una de las superficies de la página <http://www.3d-meier.de/tut3/Seite0.html> y añadir, posteriormente, una textura. Para dicho concurso se generó una Tarea de PoliformaT con un documento informativo de las bases del concurso y una plantilla. El primer premio consistió en una taza (Figura 10).

Representando y disfrazando superficies



Fig. 10 Taza diseñada para el primer premio del concurso “Disfraza una superficie”

4. Resultados

Una vez finalizado y corregido el trabajo colaborativo, el profesor selecciona y genera el producto final, una colección de superficies que servirá de referencia para el alumnado del siguiente curso. Las Figuras 11 y 12 muestran una selección de los trabajos realizados durante los cursos 2015-2016 y 2016-2017.

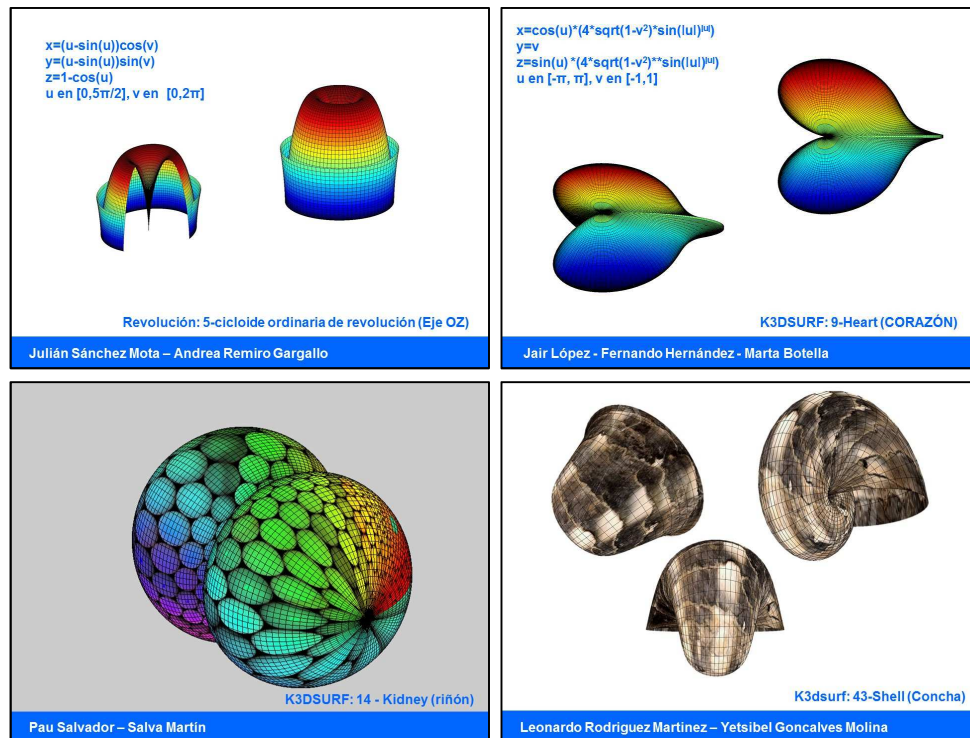


Fig. 11 Selección de trabajos del curso 2015-2016

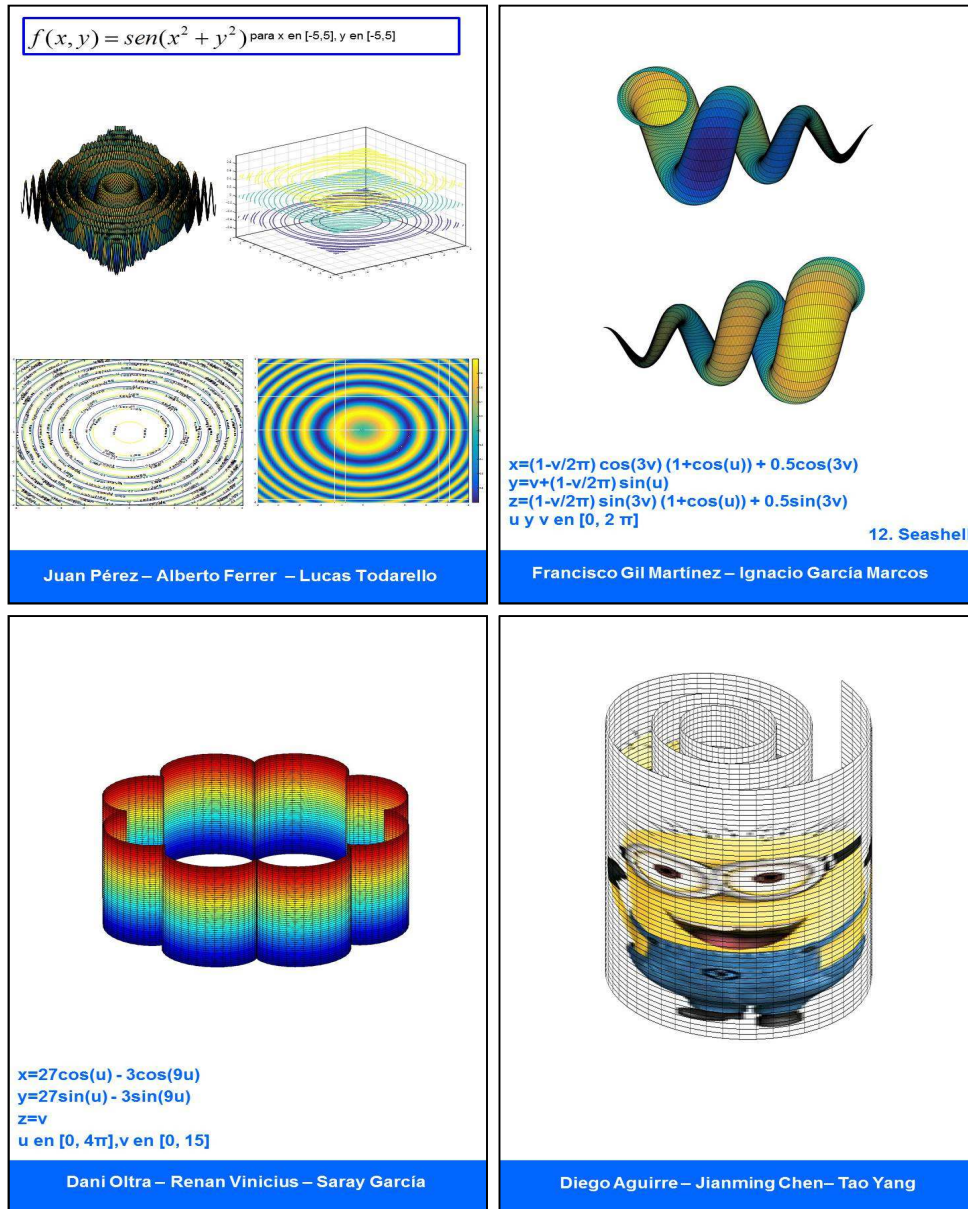


Fig. 12 Selección de trabajos del curso 2016-2017

Durante el curso 2016-2017, se diseñó un póster (Figura 13) de la colección de superficies del trabajo colaborativo, junto con imágenes de las superficies presentadas al concurso “Disfraza una superficie”. Todo ello se expuso en los pasillos del centro (Figura 14).

Representando y disfrazando superficies



Fig. 13 Póster del producto final del curso 2016-2017

This work is licensed under a [Creative Commons License CC BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

EDITORIAL UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



Fig. 14 Exposición en el aula

En el concurso, a pesar de motivar la participación con un incremento en la nota de prácticas, solo participaron 9 estudiantes. Tres fueron los premiados, teniendo en cuenta la originalidad en cuanto a la selección de la superficie y la textura utilizada. En la Figura 15 se observan los tres trabajos premiados y la entrega del primero de ellos.

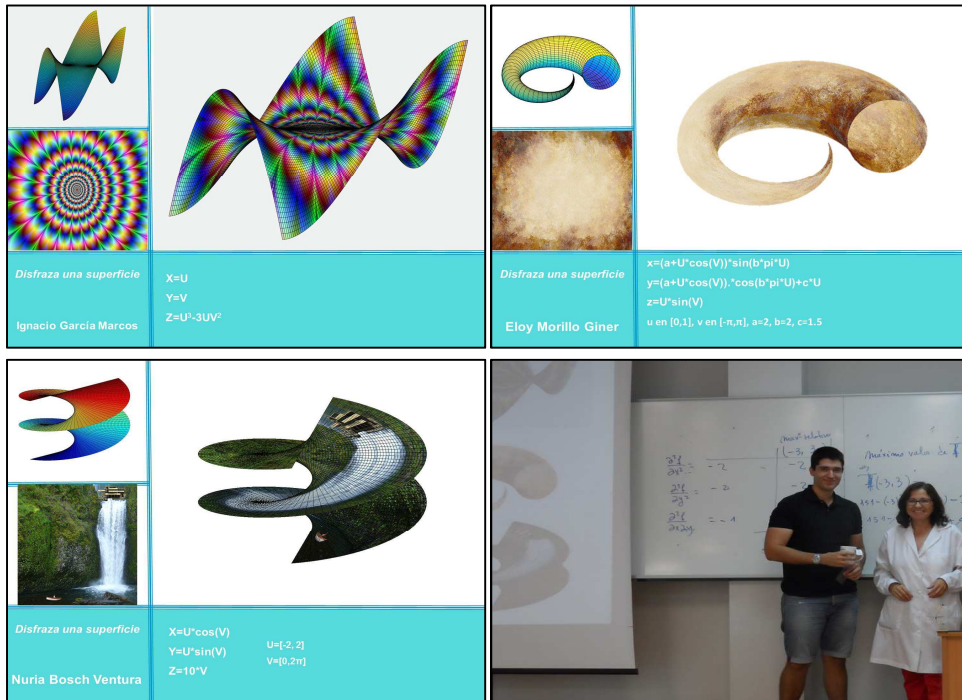


Fig.15 Trabajos premiados en el concurso "Disfraza una superficie" y ganador

5. Conclusiones

Durante los cursos 2015-2016 y 2016-2017 se ha aplicado la metodología del Flipped Teaching en las prácticas de la asignatura de Matemáticas 2, en particular en el estudio y representación de superficies. Durante la sesión práctica, los estudiantes realizan un trabajo colaborativo con el objetivo de obtener una colección de representaciones de superficies, que en el curso 2016-2017 se han aprovechado para la realización de un póster. Durante este mismo curso, varios estudiantes han participado en el concurso “Disfraza una superficie”. Tanto el poster como los dibujos presentados al concurso se han expuesto públicamente. La novedad de añadir texturas a una superficie está sirviendo a algunos alumnos para un trabajo de otra asignatura, Economía de la empresa, en la que han de diseñar la creación de un negocio. Una de las empresas propuestas se dedicaba a los lienzos y el alumno involucrado nos preguntó cómo generar una caja-lienzo a la cual añadir como textura una imagen. Otra empresa propuesta se dedicaba a fabricar y vender botellas decoradas. La ayuda proporcionada al alumno fue la de generar la botella como una superficie de revolución y añadir alguna textura (Figura 16). En base a la experiencia, en el próximo curso intentaremos motivar a nuestros alumnos para que participen más estudiantes en el concurso “Disfraza una superficie”, además de seguir colaborando con Economía de la Empresa para establecer sinergias entre las dos asignaturas.



Fig.16 Botellas con diversos decorados para la asignatura Economía de la empresa

6. Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado gracias al apoyo del Vicerrectorado de Estudios, Calidad y Acreditación de la UPV al Proyecto PIME 2016-2017 “Puesta en marcha de diversas experiencias con el enfoque Flipped Teaching en asignaturas de Matemáticas y Física”.

7. Referencias

ABDERRAHMAN TAHA. *K3DSurf* <<http://k3dsurf.sourceforge.net/>> [Consulta: 15 de mayo de 2017]

ÁREA DE GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA DE LA FACULTAD DE MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA. *Galería da área* <<http://xtsunxet.usc.es/galeria.htm>> [Consulta: 15 de mayo de 2017]

BERGMANN, J. & SAMS, A (2015). *Dale la vuelta a tu clase: Lleva tu clase a cada estudiante, en cualquier momento y cualquier lugar*. SM.

BOURKE, P. *Geometry, Surfaces, Curves, Polyhedra* <<http://paulbourke.net/geometry/>> [Consulta: 15 de mayo de 2017]

Pixabay <<https://pixabay.com/es/>> [Consulta: 15 de mayo de 2017]

TARINGA!. *Evolución en la tecnología gráfica en los videojuegos!* <<http://www.taringa.net/posts/juegos/7345421/Evolucion-en-la-tecnologia-grafica-en-los-videojuegos.html>> [Consulta: 15 de mayo de 2017]

VIDAL, A., ESTRUCH, V.D. y BOIGUES, F.J. (2016). “Clase inversa en una asignatura de Matemáticas del primer año de Grado: primeros pasos” en *XXIV Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas*. Cádiz.

VIDAL, A., ESTRUCH, V.D. y BOIGUES, F.J. (2017a). “Una actividad Flipped Teaching para el aprendizaje de la integración aproximada” en *XV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria (REDES 2017) y I Workshop Internacional de Innovación en Enseñanza Superior y TIC (INNOVAESTIC 2017)*. Alicante. Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Alicante. 242-243.

VIDAL, A., BOIGUES, F.J. y ESTRUCH, V.D. (2017b). “Prácticas de Matemáticas 2: de la clase tradicional a la clase inversa” en *Congreso In-Red 2017*. Valencia. Aceptado para publicación.