FICHA DE PROPIEDADES DE LAS SERIES DE POTENCIAS Y DESARROLLOS EN SERIE DE POTENCIAS

1. **DATOS BÁSICOS DE LA ASIGNATURA**

Nombre: Matemáticas 2.
Código: 11265
Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación, Sonido e Imagen
Carácter: Formación básica.
Créditos: 9,00 --Teoría: 5,15 --Prácticas: 3,85

2. **COMPETENCIAS TRANSVERSALES**

(12): Planificación y gestión del tiempo.

Actividades desarrolladas relacionadas con la adquisición de la competencia: Resolución de problemas en sesiones de seminario, siguiéndose en alguno de ellos Docencia Inversa.
Descripción detallada de las actividades: en determinados seminarios de la asignatura se controlará la realización de la fase no presencial de la Docencia Inversa y la posible resolución de problemas previos a dichas sesiones.
Criterios de evaluación: se controlará la realización de la fase no presencial o individual de la Docencia Inversa así como la realización de todas las actividades propuestas para la fase grupal o presencial. En esta última fase y a medida que van finalizando cada una de las actividades propuestas, se lo comunican al o a la docente que comprobará la resolución correcta del ejercicio y anotará en un listado de control su realización.
Criterios de evaluación: se tendrán en cuenta las anotaciones de los listados de control tanto de la fase no presencial (a través de un test previo de conocimientos de la materia estudiada) como de la presencial.

3. **TEMA**

Tema 4: **Series de potencias y representación en serie de potencias.**

4. **OBJETOS DE APRENDIZAJE**

- Describir las propiedades de las series de potencias
- Aplicar las propiedades de las series de potencias para derivar e integrar series de potencias.

5. **ACTIVIDADES FLIP**

Esta actividad se realiza durante 6 sesiones de clase (3 de hora y media y 3 de una hora). Para ello se ha preparado un Lessons con el contenido que debe estudiar el alumnado de forma planificada, aplicándose Docencia Inversa, y con un listado de ejercicios a resolver en las correspondientes clases (fichero adjunto Propiedades series de potencias y desarrollos en serie de potencias).

Primera sesión

- Trabajo no presencial a realizar previamente:

Para la primera sesión el alunado visualizará el Polimedia Propiedades de las series de potencias y contestará a las siguientes preguntas

* Teniendo en cuenta la función del ejemplo 1, determina, si es posible, el valor de f'(0'8), f'(-0'2) y f'(3).

1 : f'(0'8)=5, f'(-0'2)=5/6 y f'(3)=-1/2
2 : f'(0'8)=5, f'(-0'2)=5/6 y f'(3) no puede calcularse
3 : Ninguna de las anteriores

Enviar respuesta

* Considerando el ejemplo 3 del vídeo anterior, determina el valor de la integral si el intervalo de integración es [0, 0'2] y [0,4]

1 : La integral entre 0 y 0'2 vale 5/4 y la integral entre 0 y 4 vale -1/3
2 : La integral entre 0 y 0'2 vale 1/4 y la integral entre 0 y 4 vale -4/3
3 : La integral entre 0 y 0'2 vale 1/4 y la integral entre 0 y 4 no tiene sentido ya que la serie de potencias no puede integrarse en dicho intervalo
4 : Ninguna de las anteriores

Enviar respuesta

(Tiempo estimado 40')

- Trabajo presencial:

Feedback por parte del profesor de las dos preguntas. Resolución por parte del alumnado de los ejercicios 1 y 2 del listado Propiedades series de potencias y desarrollos en serie de potencias

Segunda sesión y tercera sesión

- Trabajo no presencial a realizar previamente: visualización del segundo vídeo Polimedia del Lessons series de potencias y contestar a sus 5 preguntas

---

* Teniendo en cuenta el ejemplo 2 de este segundo vídeo, indica el valor del coeficiente a_58

1 : 3^58/58!
2 : 3^56/56!
3 : Ninguna de las anteriores

Enviar respuesta

* Considerando el mismo ejemplo, indica cuál es el valor de la derivada de orden 58 en el punto x=0 de la función f(x):

1 : 58*57*3^56
2 : 3^58
3 : 3^56
4 : Ninguna de las anteriores

Enviar respuesta

* Supón que en el ejemplo 3 cambiamos parte del denominador:
En vez de aparecer 5^(2n), que aparezca 5^(2n+1) y en vez de (2n+1)! aparezca (2n)! Señala cuál es la función que representa esta nueva serie de potencias:

1 : 1/5 *x*cos(x/5)
2 : x*sen(x/5)
3 : 1/5 *(x^2)*cos(x/5)
4 : Ninguna de las anteriores

Enviar respuesta

* Teniendo en cuenta el ejemplo 3, indica el valor de las derivadas de orden 22 y 33 de la función f(x)=5xsen(x/5) en el punto 0:

1 : La derivada de orden de orden 22 en x=0 vale 1/[(21)!5^20] y la de oden 33 vale 1/[(32)!5^31
2 : La derivada de orden 33 en 0 es nula y la de orden 22 vale 1/[(21)!5^20]
3 : Ninguna de las anteriores es correcta

Enviar respuesta

* Los coeficientes an de la serie de potencias de a función f(x)= exp(x/4) son:

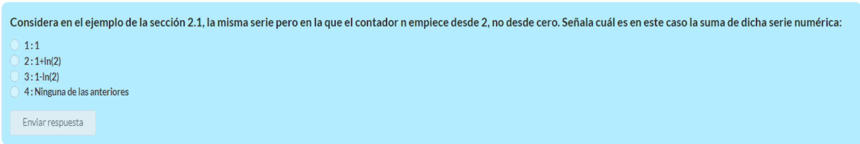
1 : an=1/n!
2 : an=4^n/n!
3 : an=1/[n! 4^n]

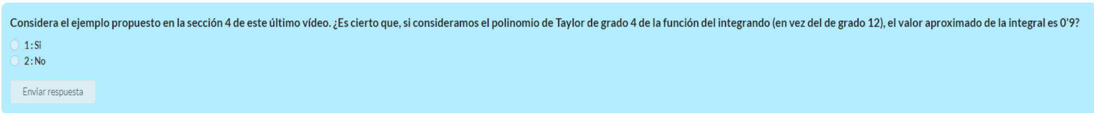
Enviar respuesta

(Tiempo estimado 60')

- Trabajo presencial: resolución en clase de los ejercicios del listado Propiedades series de potencias y desarrollos en serie de potencias: 3.1, 3.2, 3.3, 4.1 y 4.3; feedback sobre la pregunta 5 de la tarea no presencial. Resolución de los ejercicios 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 4.4, 4.5, 4.6 y 5.1 del listado Propiedades series de potencias y desarrollos en serie de potencias; feedback sobre la primera y segunda pregunta del segundo Polimedia

Cuarta, quinta y sexta sesión:
- Trabajo no presencial a realizar previamente: visualización del tercer Polimedia del Lessons series de potencias y contestar a sus preguntas





(Tiempo estimado 40')

- Trabajo presencial: resolución en clase de: Resolución de los ejercicios 3.9, 4.8 , 4.9 y 5.2 del listado Propiedades series de potencias y desarrollos en serie de potencias; feedback sobre la pregunta 1 del tercer Polimedia. Resolución de los ejercicios 6.2 y 6.3 del listado. Resolución de los ejercicios 5.3, 6.1 y 7 del listado; feedback sobre la segunda pregunta del tercer Polimedia. Resolución del ejercicio 8 del listado.

6. RECURSOS Y DESCRIPCIÓN

Bibliografía recomendada:

1. Tema 4 de Matemáticas 2.1. Vidal Meló, Anna; Roig Sala, Bernardino. Universitat Politècnica de València, cop. 2016.

Se detalla a continuación los recursos ***polimedia*** asociados a esta actividad:
Propiedades de las series de potencias
Desarrollos en serie de potencias
Aplicaciones de los desarrollos en serie de potencias

7. EVALUACIÓN

En la última sesión se le entrega a cada estudiante una miscelánea de ejercicios de desarrollos en serie de potencias que deberán resolver de forma individual realizar una corrección por pares.

Matemáticas 2 Grado en Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación, Sonido e Imagen	Seminario: Propiedades series de potencias y desarrollos en serie de potencias

1. Sea $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n(n+1)}x^{n+1}$. Calcula, si es posible, $f\,'(1)$.

2. (C7) Analiza la región de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{3^n}x^n$ y, si es el caso, calcula, razonando los pasos realizados, el valor de la integral $\int_0^{1/2}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{3^n}x^n\right)dx$.

3. Obtén, utilizando desarrollos conocidos, la representación en serie de McLaurin de las siguientes funciones, indicando la región de validez de dicha representación:

3.1. $f(x)=e^{4x}$ **3.2.** $f(x)=xe^{4x}$ **3.3. (C8.1)** $f(x)=e^{x^2}$

3.4. (**C8.2)** $f(x)=x^3e^{x^2}$ **3.5.** $f(x)=x\cos(3x)$ **3.6.** $f(x)=x^2\mathrm{sen}(x/2)$

3.7. $f(x)=\frac{1}{1-4x^2}$ **3.8.** $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ **3.9.** $f(x)=\frac{x^2}{8-x^3}$

4. Identifica las funciones suma *f*(*x*) y la región de convergencia de las siguientes series de potencias:

4.1. $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n/3}}{n!}$ **4.2.** $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{8^n x^n}{n!}$

4.3. $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{8^n x^{n+1}}{n!}$ **4.4.** $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{8^n x^{3n+1}}{n!}$

4.5. $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 3^{2n}}{(2n)!}x^{2n+1}$ **4.6. (C12)** $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-4)^n}{(2n)!}x^{2n+3}$

4.7. $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n (x-1)^{2n+6}}{(2n+1)!}$ **4.8.** $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}3^{n-1}x^{n+3}$

4.9. $f(x)=\sum_{n=5}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^{n+1}}x^{n+3}$

5. Obtén la serie de McLaurin de *f*(*x*). Identifica la función *f*(*x*) e indica la región de convergencia en los casos siguientes:

5.1. La función $f(x)$ cumple que sus derivadas en el cero son $f^{n)}(0)=5^{n+2}$, *n*=0,1,2,3, ...

5.2. La función $f(x)$ cumple que sus derivadas en el cero son $f^{n)}(0)=n!2^n, n=0,1,2,3,4,\ldots$

5.3. (C10.2) La función $f(x)$ cumple que sus derivadas en el punto cero se corresponden con

$f(0)=0,\ f'(0)=0,\ f^{n)}(0)=\dfrac{n!}{3^n}, n=2,3,4,\ldots$

6. Calcula la suma de las siguientes series numéricas utilizando desarrollos en serie de potencias conocidos:

6.1. $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{8^{n-2}}{n!}$ **6.2.** $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{4^{2n}\cdot(2n)!}\pi^{2n}$ **6.3. (C11)** $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n+1)!}\pi^{2n+1}$

7. Considera la función $f(x)=4e^{-x^3}$.

7.1. Calcula su desarrollo en serie de potencias de x (serie de McLaurin) de

$f(x)=4e^{-x^3}$, e indica su intervalo de convergencia.

7.2. Determina el valor del coeficiente a_{36} y de a_{301} y utiliza estos valores para determinar los valores de las derivadas $f^{36)}(0)$ y $f^{301)}(0)$.

7.3. Comprueba si la aproximación de $\int_0^1 f(x)dx$ que se obtiene utilizando $\int_0^1 P(x)dx$, siendo $P(x)$ el polinomio de Taylor de grado 6 de la función $f(x)=4e^{-x^3}$ es $\dfrac{23}{7}$.

7.4. Calcula de forma razonada una aproximación de $\int_0^1 f(x)dx$ con un error menor o igual a 0.05.

8. Considera la función $f(x)=32x\cos(x^3)$.

8.1. Calcula la serie de McLaurin de $f(x)=32x\cos(x^3)$ e indica su intervalo de convergencia.

8.2. Calcula una aproximación de $\int_0^1 f(x)dx$ utilizando $\int_0^1 P(x)dx$, si $P(x)$ es el polinomio que verifica que $f^{n)}(0)=P^{n)}(0), n=0,1,2,3,4,5,6,7$.