FICHA DE CÁLCULO INTEGRAL DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

1. DATOS BÁSICOS DE LA ASIGNATURA

Nombre: Matemáticas I.
Código: 11994
Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática.
Carácter: Formación básica.
Créditos: 9,00 --Teoría: 4,5 --Prácticas: 4,5

2. COMPETENCIAS

De todas las competencias que deben alcanzar los estudiantes del Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática, la materia Matemáticas tiene asignadas las siguientes competencias generales y específicas:

CG1: Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería.

CE1: Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmicos numéricos; estadísticos y optimización.

CE29: Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

3. TEMA

Cálculo integral de funciones de varias variables.

4. OBJETOS DE APRENDIZAJE

Para trabajar este tema con los alumnos, hemos elegido diversos recursos: laboratorios virtuales, artículos docentes y polimedias, elaborados por profesores del Departamento de Matemática Aplicada, dentro del programa Docencia en Red de la UPV, y disponibles en el repositorio Riunet, que citamos a continuación:

1) Volumen debajo de una superficie (laboratorio virtual)
2) Integración doble Cambio de variables (artículo docente)
3) Cambio de variable en integrales múltiples. Coordenadas polares (polimedia)
4) Integración triple Cambio de variables (artículo docente)

5) Cambio de variable en integrales múltiples. Coordenadas cilíndricas (polimedia)

5. ACTIVIDAD

El desarrollo de nuestra propuesta comienza una vez el profesor haya introducido el tema de cálculo integral de funciones de varias variables en clase. En este momento, el alumno está preparado para experimentar con el laboratorio virtual 1) y así afianzar los nuevos conceptos.
A continuación, y después de que el profesor justifique la utilidad de introducir cambios de variable en la integración doble, el alumno podrá experimentarlo más claramente realizando las actividades propuesta en el artículo docente 2). Como refuerzo es conveniente que visualice también el polimedia 3), donde se muestra con un ejemplo, en que casos un cambio a coordenadas polares resulta útil. De esta forma el alumno podrá comprobar si ha comprendido bien y es capaz de aplicar los contenidos desarrollados en el tema.
Finalmente, el profesor completará el tema con más ejercicios y resolverá las dudas que hayan surgido.
Un proceso similar se utilizará para abordar el tema de integrales triples y sus cambios de coordenadas, utilizando el artículo docente 4) y el polimedia 5).
Una vez finalizado el tema, el alumno podrá realizar un examen en poliformat que consistirá en preguntas con un tiempo acotado, donde en alguna se abordarán problemas aplicados.

6. RECURSOS Y DESCRIPCIÓN

Además de los recursos de Riunet de la UPV, citados anteriormente:

1) Volumen debajo de una superficie (laboratorio virtual): https://laboratoriosvirtuales.upv.es/eslabon/volumen_aprox/default.aspx

2) Integración doble Cambio de variables (artículo docente): https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/105646/Thome%20-%20Integraci%C3%B3n%20doble..pdf?sequence=1&isAllowed=y

3) Cambio de variable en integrales múltiples. Coordenadas polares (polimedia): https://polimedia.upv.es/visor/?id=b29107b5-c6c2-8244-bd29-11ba034fccbb

4) Integración triple Cambio de variables (artículo docente): https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/105667/Thome%20-%20Integraci%C3%B3n%20triple.pdf?sequence=1&isAllowed=y

5) Cambio de variable en integrales múltiples. Coordenadas cilíndricas (polimedia): https://polimedia.upv.es/visor/?id=f6bf8073-1923-dd49-b352-08a50d922969

También recomendamos a los alumnos algunos libros básicos, y clásicos, sobre el tema:

1) Cálculo integral: metodología y problemas (Coquillat Durán, Fernando)
2) Formulario práctico de cálculo integral (Tébar Flores, Emilio y Tebar Less, M.A)
3) Cálculus de una y varias variables con geometría analítica. Tomo 1 (Salas, Saturnino L y Hille, Einar)

7. EVALUACIÓN

La evaluación de la actividad se realiza con una prueba de tipo test, en poliformat, utilizando baterías de preguntas, para que cada alumno tenga un examen distinto. Cuando ha finalizado el plazo establecido para realizar el examen, se publican las notas con las soluciones correctas para que los alumnos analicen sus posibles errores.
Por otro lado, si el profesor lo considera conveniente, se les enviarán comentarios personalizados comentando la calidad del trabajo realizado. En la ficha adjunta se muestra un ejemplo de la prueba que realizan los alumnos.

EJERCICIO PRÁCTICO

CÁLCULO INTEGRAL DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

Volver a Editar Examen

Nombre: ____________________

Nota: _____ / _____

Integración múltiple

Parte 1

1 **Caracteres aceptados**: números, separadores decimales (punto o coma), indicadores de signo (-), "E" o "e" (usado en notación científica, ej., 5.3E-9).

Dada la función

$$f(x,y) = 5 - (x^2 + y^2)/5$$

a) Representa sobre el rectángulo $[-4,4] \times [-2,2] \subset R^2$ el paraboloide dado por la gráfica de la función $f(x,y)$.

b) Calcula la integral doble

$$\int_{-2}^{2} \int_{-4}^{4} \mathrm{f(x,y)\,dx\,dy} = \_\_$$

b) Halla el volumen comprendido entre el paraboloide dado por la función $f(x,y)$ y el plano XOY.

$$V = \_\_\_ u^3$$

Valor de la respuesta:*3 puntos*

Clave de respuesta:*117.323|117.343, 196.25|196.45*

Parte 2

2 **Caracteres aceptados**: números, separadores decimales (punto o coma), indicadores de signo (-), "E" o "e" (usado en notación científica, ej., 5.3E-9).

El diseño de una vela náutica se realiza a partir de la región del plano D limitada por las gráficas de las siguientes curvas:

la parábola $y = 8 - 2x - x^2$, $y = x\sqrt{x}\,(1 - \frac{x}{2})$ y la recta $x = 0$ (eje de ordenadas $0Y$).

a) Representa la región D y halla su área mediante una **integral doble** con 6 cifras decimales.

Área (D) = ___

A la hora de construir la vela, se tuvo en cuenta que la zona más cercana al "mástil" o palo mayor (recta $x = 0$) debe ser la más resistente para aguantar más presión. Por tanto, la densidad del material con el que construirla, tenía que ser inversamente proporcional a x (cuanto más cerca está x del valor cero, mayor densidad). Por ejemplo:

$$\delta(x, y) = \frac{3}{x + 2}$$

---

b)Teniendo en cuenta esta función de densidad, calcula la masa de la vela con 6 cifras decimales.

$$\text{Masa}(D) = \_\_\_$$

Valor de la respuesta:*3 puntos*

Clave de respuesta:*8.68679|8.68689, 9.99971|9.99981*

Parte 3

3 **Caracteres aceptados**: números, separadores decimales (punto o coma), indicadores de signo (-), "E" o "e" (usado en notación científica, ej., 5.3E-9).

Utiliza en las soluciones aproximaciones con 6 dígitos significativos.

Considera un sólido cuya base coincide con la región plana limitada por las curvas $y = 3x - 1,\ (y-3)^2 = x$ que tiene como altura en cada punto (x, y) la función $h(x, y) = x^2 + y + 1$.

a) Representa juntas (utilizando ContourPlot) las dos curvas que delimitan la base y halla los puntos donde se cortan:

$$(\_\_\_, 4.33333)\ \ \&\ \ (\_\_\_, \_\_\_).$$

b) Para hallar el área de la base conviene expresarla como región de R^2 de tipo:

$$a < y < b\ \ \&\ \ x_1(y) < x < x_2(y),$$

por tanto si despejamos adecuadamente se obtiene:

$$2 < y < \_\_\_$$

$$(y-3)^2 < x < (y + \_\_\_)/\_\_\_.$$

Integrando en esa región obtenemos que el área de la base es: ___ u^2.

c) Integrando sobre esa misma región la función $h(x, y)$ podemos hallar el volumen del sólido que resulta ser: ___ u^3.

Valor de la respuesta: *4 puntos*

Clave de respuesta: *1.77778, 1, 2, 4.33333, 1, 3, 2.11718|2.11738, 10.6638|10.6658*