

FICHA DE DERIVADAS

1. DATOS BÁSICOS DE LA ASIGNATURA

Nombre: Matemáticas I.

Código: 12396

Grado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación

Carácter: Formación básica.

Créditos: 7,5 --Teoría: 6,9 --Prácticas: 0,6

2. COMPETENCIAS TRANSVERSALES

(03): Análisis y resolución de problemas.

Actividades desarrolladas relacionadas con la adquisición de la competencia:

Solución de un problema de enunciado complejo.

Descripción detallada de las actividades: Problemas y ejercicios integrados en el desarrollo de la asignatura.

Criterios de evaluación: Se hará de modo integrado con las actividades y evaluación del curso.

3. TEMA

Derivadas.

4. OBJETOS DE APRENDIZAJE

- Adquirir la noción de derivada sobre la noción de tasa de variación y límite funcional.
- Interpretar el comportamiento de la derivada para obtener conclusiones sobre una función: monotonía, extremos, etc.
- Calcular con soltura la derivada de toda función obtenida como composición de funciones elementales usando: derivadas básicas y reglas de derivación.

5. ACTIVIDAD FLIP

- En un primer paso, el alumno debe, previo a la explicación del profesor, hacer un estudio de esta unidad mediante el material en recursos de la asignatura, indicado y dejado por el profesor. Este material consistirá en apuntes, videos polimedia, objetos de aprendizaje, entre otros, de forma que el alumno haga un análisis de la unidad previo a la explicación del tema. Con esto se pretende que el alumno haga una reflexión sobre su conocimiento y también de sus carencias para enfrentarse al tema en cuestión.
- En un segundo paso, cuando el profesor haya terminado la explicación, el alumno deberá realizar los ejercicios propuestos por éste. De esta forma el alumno podrá comprobar si ha estudiado suficiente y comprendido bien los conceptos del tema. Todos los ejercicios serán

publicados con su correspondiente solución. El profesor indicará una posible resolución de estos. Finalmente, el profesor corregirá algunos ejercicios y también se consultarán las dudas pertinentes.

6. RECURSOS Y DESCRIPCIÓN

Bibliografía recomendada:

1. Temas 2, 3 y 4 de “Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas”. Séptima Edición, James Stewart.

Se detalla a continuación los recursos **polimedia** correspondientes al tema de Derivadas.

[Introducción a derivadas](#)

[Recta tangente](#)

[Derivadas: regla del producto y del cociente](#)

[Derivadas sucesivas](#)

[Optimización](#)

7. EVALUACIÓN

Control en aula de destrezas adquiridas y examen de respuesta abierta junto a otros temas.

EJERCICIO PRÁCTICO

DERIVADAS. DERIVADA DIRECCIONAL



Hoja 7. Derivadas I

MAT1

- E1.** Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \sqrt{x}$ en $(1, 1)$.
- E2.** Determina la pendiente de la recta tangente a la curva $y = 3 + 4x^2 - 2x^3$ en el punto donde $x = a$. Calcula las rectas tangentes a la misma en los puntos $(1, 5)$ y $(2, 3)$. Dibuja la curva y las dos rectas tangentes a la vez.
- P3.** Una pelota se lanza al aire verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 40 m/s. Su altura en metros, una vez que transcurren t segundos, viene dada por $y(t) = 40t - 16t^2$. Encuentra la velocidad cuando $t = 2$.
- P4.** El coste (en euros) de producir x millones de transistores de tipo NPN es $C(x) = 5000 + 10x + 0.05x^2$. Encuentra la razón de cambio promedio de C respecto a x , cuando cambia el nivel de producción de $x = 100$ a $x = 105$ y de $x = 100$ a $x = 101$. Encuentra la razón de cambio instantánea de C respecto de x cuando $x = 100$. (Este valor se suele llamar *coste marginal*).
- E5.** Deriva cada una de las siguientes funciones:
- | | |
|------------------------------|---|
| 1.- $f(x) = x^3 - 4x + 6$ | 4.- $S(p) = \sqrt{p} - p$ |
| 2.- $g(x) = x^2(1 - 2x)$ | 5.- $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}}$ |
| 3.- $A(s) = -\frac{12}{s^2}$ | 6.- $u = \sqrt[3]{t} + 4\sqrt{t^5}$ |
- E6.** Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función
- $$f(x) = |x^2 - 1| + |x| - 1.$$
- P7.** Encuentra los puntos sobre la curva $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ donde la recta tangente es horizontal.
- P8.** Encuentra las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $y = 1 + x^3$ y paralelas a la recta $12x - y = 1$.
- P9.** ¿Para qué valores de a y b la recta $2x + y = b$ es tangente a la parábola $y = ax^2$ cuando $x = 2$?
- E10.** Deriva cada una de las siguientes funciones:

1.- $f(t) = \frac{2t}{2+\sqrt{t}}$

2.- $f(x) = \frac{x}{x+\frac{c}{x}}$

E11. Deriva cada una de las siguientes funciones:

1.- $f(x) = 3x^2 - 2 \cos(x)$

2.- $f(t) = c \cos(t) + t^2 \text{sen}(t)$

Ten en cuenta que c en el segundo item es una constante.

E12. Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva $y = e^x \cos(x)$ en $(0, 1)$.

E13. Si $H(\theta) = \theta \text{sen}(\theta)$, calcula $H'(\theta)$ y $H''(\theta)$.

P14. Una escalera de 10 metros de largo está apoyada sobre una pared vertical. Sea θ el ángulo entre la parte superior de la escalera y la pared, y x la distancia del extremo inferior de aquella hasta la pared. Si el extremo inferior de la escalera se desliza alejándose de la pared, ¿con qué velocidad cambia x respecto a θ cuando $\theta = \pi/3$?

E15. Deriva cada una de las siguientes funciones:

1.- $F(x) = (x^4 + 3x^2 - 2)^5$

3.- $f(x) = (2x - 3)^4(x^2 + x + 1)^5$

2.- $y = \cos(a^3 + x^3)$

4.- $y = \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^3$

E16. Encuentra la primera y segunda derivada de la función $y = \cos(x^2)$.

P17. Encuentra todos los puntos sobre la gráfica de la función $f(x) = 2 \text{sen}(x) + \text{sen}^2(x)$ en los cuales la recta tangente es horizontal.

Soluciones

E1. $y = (x + 1)/2$.

E2. $m = 8a - 6a^2$. Las rectas $y = 2x + 3$ e $y = -8x + 19$.

P3. $v(2) = -24\text{m/s}$.

P4. Las razones de cambio promedio son 20.25 de 100 a 105 y 20.05 de 100 a 101. La razón instantánea es 20 pues se trata de la derivada en el punto especificado.

E5. 1.- $f(x) = x^3 - 4x + 6$; $f'(x) = 3x^2 - 4$.

2.- $g(x) = x^2(1 - 2x)$; $g'(x) = 2x - 6x^2$.

3.- $A(s) = -\frac{12}{s^2}$; $A'(s) = 24/s^3$.

4.- $S(p) = \sqrt{p} - p$; $S'(p) = (1/2\sqrt{p}) - 1$.

5.- $y = \frac{x^2+4x+3}{\sqrt{x}}$; $y' = \frac{3x^2+4x-3}{2x\sqrt{x}}$.

6.- $u = \sqrt[3]{t} + 4\sqrt{t^5}$; $u' = (1/3\sqrt[3]{t^2}) + (10/t\sqrt{t})$.

E6. La función es continua en todo \mathbb{R} . Sin embargo, solo es derivable en $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

P7. $(1, -6)$ y $(-2, 21)$.

P8. $y = 12x - 15$ e $y = 12x + 17$.

P9. $a = -0,5$ y $b = 2$.

E10. 1.- $f'(t) = \frac{4\sqrt{t+t}}{\sqrt{t(2+\sqrt{t})^2}}$.

2.- $f'(x) = \frac{2cx}{(x^2+c)^2}$.

E11. 1.- $f'(x) = 6x + 2\sin(x)$.

2.- $f'(t) = -c\sin(t) + 2t\sin(t) + t^2\cos(t)$.

E12. $y = x + 1$.

E13. $H'(\theta) = \sin(\theta) + \theta\cos(\theta)$ y $H''(\theta) = 2\cos(\theta) - \theta\sin(\theta)$.

P14. 5m/rad .

E15. 1.- $F'(x) = 5(x^4 + 3x^2 - 2)^4(4x^3 + 6x)$.

2.- $y' = -\sin(a^3 + x^3)(3x^2)$.

3.- $f'(x) = 4(2x - 3)^3(2)(x^2 + x + 1)^5 + (2x - 3)^4 5(x^2 + x + 1)^4(2x + 1)$.

4.- $y' = \frac{-12x(x^2+1)^2}{(x^2-1)^4}$.

E16. $y' = -2x \sin(x^2)$ e $y'' = -2 \sin(x^2) - 4x^2 \cos(x^2)$.

P17. $\{(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 3) : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi, -1) : k \in \mathbb{Z}\}$.